

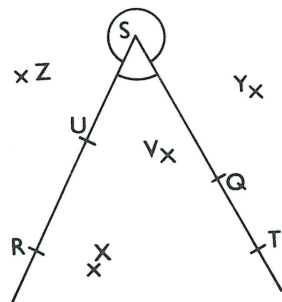
## 5 Úhel

### POJEM ÚHLU. PRAVÝ ÚHEL. PŘÍMÝ ÚHEL

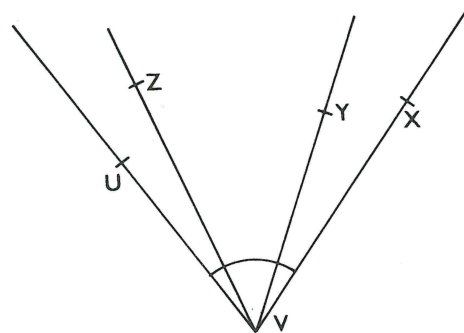
**1** Kolik různých úhlů je možné vyznačit v rovině pomocí tří různých bodů U, V, X, které neleží na téže přímce? Narýsujte tyto úhly, vyznačte je obloučky a vedle obrázku je запиšte (například  $\sphericalangle UVX$ ,  $\sphericalangle UVX$ ).

**2** Které z následujících zápisů vztahujících se k obr. 18 jsou pravdivé a které nepravdivé?

- |                                       |                                |                                   |
|---------------------------------------|--------------------------------|-----------------------------------|
| a) $X \in \sphericalangle RST$        | b) $V \in \sphericalangle RST$ | c) $Z \notin \sphericalangle RST$ |
| d) U je vnitřní bod ostrého úhlu RST. | f) $Q \in \sphericalangle RST$ | g) $Y \notin \sphericalangle RST$ |
| e) $Q \in \sphericalangle RST$        |                                |                                   |



Obr. 18



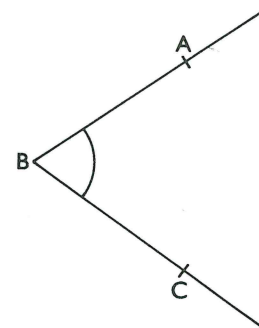
Obr. 19

- 3** Prohlédněte si na obr. 19 všechny úhly označené obloučky.
- Který bod je společný úhlům UVZ, ZVY a YVX?
  - Která polopřímka je společným ramenem úhlů XVY a YVZ?
  - Které úhly mají společné rameno VZ?
  - Které označené body jsou vnitřními body úhlu UVX?

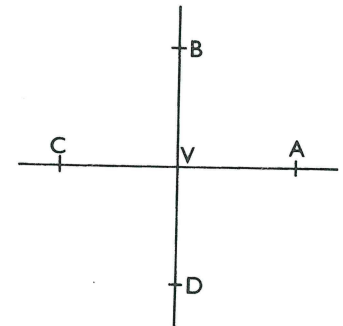
**4** Sestrojte pravý úhel pomocí kružítka a pravítka.

**5** Prohlédněte si úhel na obr. 20. Které z následujících zápisů vztahujících se k tomuto úhlu jsou správné?

- |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| a) $\sphericalangle ABC$ | b) $\sphericalangle ACB$ | c) $\sphericalangle CAB$ |
| d) $\sphericalangle BCA$ | e) $\sphericalangle CBA$ | f) $\sphericalangle BAC$ |



Obr. 20



Obr. 21

- 6** a) Podle obr. 21 si narýsujte do sešitů kolmice AC a BD s průsečíkem V.
- b) Jednou barvou vybarvěte část přímého úhlu BVD s vnitřním bodem A a druhou barvou část přímého úhlu CVA, jehož vnitřním bodem není bod B.
- c) Jak se nazývá úhel, jehož část je na vašem obrázku dvoubarevná?

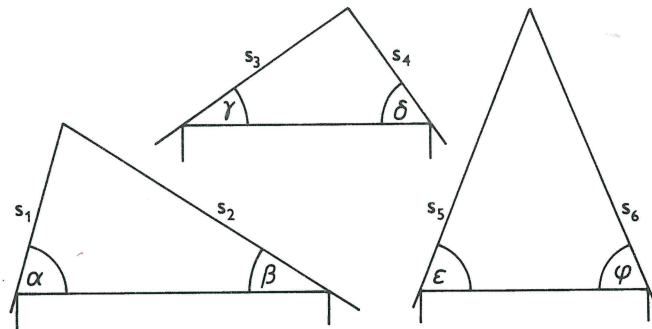
### VELIKOST ÚHLU. POROVNÁVÁNÍ ÚHLŮ PODLE VELIKOSTI. TRÍDĚNÍ ÚHLŮ PODLE VELIKOSTI. SHODNOST ÚHLŮ

**7** Narýsujte úhel

- AVB, který je menší než pravý úhel,
- DEF, který je větší než pravý úhel, ale menší než přímý úhel.
- Velikosti obou úhlů změřte a pak je запиšte.
- Který z těchto úhlů je ostrý a který tupý?

**8** Na obr. 22 jsou pomocí obloučků vyznačeny úhly  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$ ,  $\epsilon$ ,  $\varphi$  představující sklony střech  $s_1$ ,  $s_2$ ,  $s_3$ ,  $s_4$ ,  $s_5$  a  $s_6$ .

1. Zjistěte pomocí úhloměřů, která z těchto střech má  
 a) největší sklon b) nejmenší sklon.  
 2. Jednotlivé sklony střech uspořádejte vzestupně (například  $\gamma < \varphi < \dots$ ).



Obr. 22

- 9** Jsou dány úhly  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \varphi, \omega, \psi$ , pro které platí:  
 $\alpha = 38^\circ$        $\alpha = 107^\circ 20'$        $\gamma = 5\ 400'$        $\delta = 89^\circ 59'$   
 $\epsilon = 90^\circ 1'$        $\varphi = 205^\circ$        $\omega = 181^\circ$        $\psi = 10\ 800'$   
 Které z těchto úhlů jsou  
 a) ostré      b) pravé      c) tupé      d) přímé?

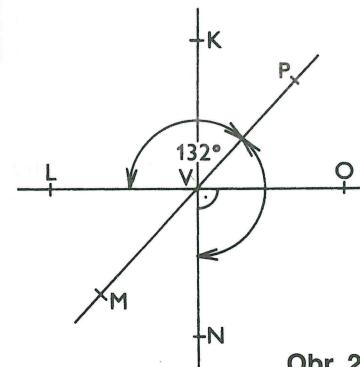
- 10** Určete velikost úhlu  $\alpha$ , který je  
 a)  $\frac{1}{12}$  přímého úhlu      b)  $\frac{1}{3}$  přímého úhlu  
 c)  $\frac{1}{15}$  pravého úhlu      d)  $\frac{1}{18}$  pravého úhlu.

- 11** Vyjádřete ve stupních, popřípadě ve stupních a minutách:  
 a)  $180'$       b)  $485'$       c)  $240'$       d)  $1\ 258'$

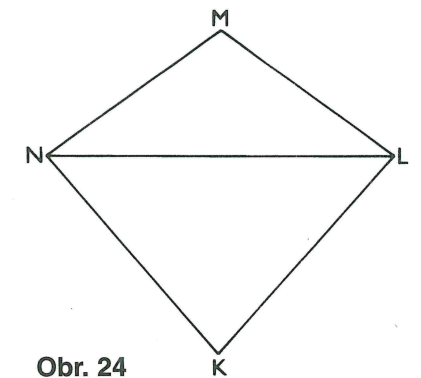
- 12** Převedte na minuty:  
 a)  $3^\circ 15'$       b)  $42^\circ 4'$       c)  $5^\circ 59'$       d)  $120^\circ 38'$

- 13** Následující velikosti úhlů vyjádřete ve stupních, minutách a vteřinách.  
 a)  $8\ 378''$       b)  $19\ 005''$       c)  $22\ 379''$

- 14** V obr. 23 platí:  $\leftrightarrow LO \perp \leftrightarrow KN$ ,  $\sphericalangle LVP = 132^\circ$ . Vypočítejte velikost úhlu PVN.



Obr. 23



Obr. 24

- 15** a) Podle obr. 24 narýsujte obrazec KLMN složený z rovnoramenných trojúhelníků NLM a LNK se společnou základnou NL a různě dlouhými rameny. Sestrojte osu  $o$  hlavního úhlu trojúhelníku LNK.  
 b) Prochází osa  $o$  též hlavním vrcholem trojúhelníku NLM?  
 c) Jaký úhel svírá osa  $o$  se základnou NL obou trojúhelníků?  
 d) Které ostré úhly, tupé úhly, popřípadě i pravé úhly s vrcholy K, L, M, N jsou shodné (mají stejnou velikost)? Shodnost těchto úhlů i rovnost jejich velikostí zapište (bez uvedení velikostí v úhlové míře).

- 16** Z místa A vyšly dvě party dívek. Jedna parta šla směrem na sever a druhá na jihovýchod. Jaké úhly svíraly směry jejich pochodových tras?

- 17** Vypočítejte

1. velikost úhlu, který „opíše“ v době od 9.00 h do 9.30 h  
 a) velká hodinová ručička      b) malá hodinová ručička,  
 2. velikosti dvou úhlů, které svírají hodinové ručičky  
 a) v 6.00 h      b) v 11.30 h      c) v 4.30 h.

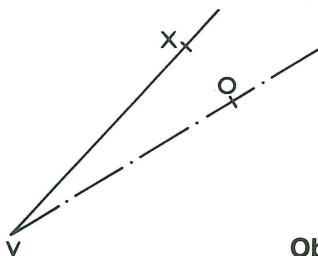
- 18** Narýsujte obdélník ABCD a jeho úhlopříčku AC, je-li  $|AB| = 8$  cm,  $|BC| = 4,8$  cm. Zjistěte měřením a posléze zapište velikost úhlu, který svírá úhlopříčka AC se stranou a) AB, b) BC.

- 19** V soustavě souřadnic narýsované v centimetrové čtvercové síti vyznačte body  $A[0;3]$ ,  $B[8;1]$ ,  $C[8;8]$ ,  $D[2;7]$  a spojte je čarami do tvaru čtyřúhelníku ABCD. Změřte velikosti jeho vnitřních úhlů DAB, ABC, BCD, CDA a zapište je.

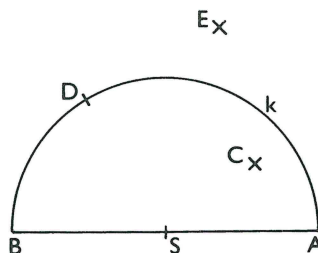
**20** Sestrojte osu libovolného

- a) ostrého úhlu  $\alpha$                       b) tupého úhlu  $\beta$   
 c) úhlu  $\gamma$ , pro jehož velikost platí  $180^\circ < \gamma < 270^\circ$ .

**21** Polopřímka VO na obr. 25 je osou ostrého úhlu XVY, jehož rameno VY není vyznačeno. Překreslete ti tento obrázek do sešitů, doplňte chybějící rameno VY úhlu XVY, tento úhel vyznačte obloučkem, změřte jeho velikost a zapište ji.



Obr. 25



Obr. 26

**22** 1. Sestrojte libovolnou půlkružnici k se středem S a průměrem AB. Vyznačte body C, D, E tak, jak to naznačuje obr. 26.

2. Narýsujte úhly ACB, ADB a AEB s vnitřním bodem S. Který z těchto tří úhlů je

- a) ostrý                                      b) tupý                                      c) pravý?

**23** Porovnejte velikosti úhlů  $\alpha$ ,  $\beta$ , jestliže platí:

- a)  $\alpha = 85,1^\circ$ ,  $\beta = 85^\circ 8'$                       b)  $\alpha = 26,4^\circ$ ,  $\beta = 26^\circ 24'$

**24** 1. Sestrojte trojúhelník ABC ( $a = 9$  cm,  $b = 7,3$  cm,  $c = 6,4$  cm). Změřte velikosti všech jeho vnitřních úhlů, zapište je a pak je porovnejte.

2. Proti které straně trojúhelníku ABC leží jeho

- a) největší vnitřní úhel                      b) nejmenší vnitřní úhel?

**SČÍTÁNÍ A ODCÍTÁNÍ VELIKOSTÍ ÚHLŮ.  
 NÁSOBENÍ A DĚLENÍ VELIKOSTÍ ÚHLŮ DVĚMA.  
 GRAFICKÝ SOUČET A GRAFICKÝ ROZDÍL ÚHLŮ. GRAFICKÉ  
 URČOVÁNÍ POLOVINY ÚHLU A DVOJNÁSOBKU ÚHLU**

**25** Vypočítejte součty a rozdíly velikostí úhlů  $\alpha$ ,  $\beta$ , jestliže platí:

- a)  $\alpha = 75^\circ$ ,  $\beta = 40^\circ$   
 c)  $\alpha = 148^\circ 43'$ ,  $\beta = 85^\circ 17'$

- b)  $\alpha = 86^\circ 25'$ ,  $\beta = 32^\circ 16'$   
 d)  $\alpha = 62^\circ$ ,  $\beta = 39^\circ 14'$

**26** Úhel  $\alpha$  má velikost

- a)  $75^\circ$                                       b)  $26^\circ 34'$                                       c)  $328'$

Vypočítejte velikost úhlu  $\beta$ , je-li  $\beta = \frac{1}{2} \alpha$ .

**27** Úhel  $\gamma$  má velikost

- a)  $41^\circ$                                       b)  $64^\circ 39'$                                       c)  $725'$

Vypočítejte velikost úhlu  $\delta$ , je-li  $\delta = 2\gamma$ .

**28** Vypočítejte velikost úhlu  $\alpha$ , jestliže platí:

- a)  $\alpha + 16^\circ 20' = 79^\circ$                       b)  $90^\circ 38' - \alpha = 12^\circ 43'$

**29** Narýsujte takové úhly  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , aby platilo:

- a)  $\alpha < \beta < \gamma$ ;  $\alpha$ ,  $\beta$  jsou ostré úhly,  $\gamma$  je tupý úhel,  
 b)  $\alpha = \beta$ ,  $\beta > \gamma$ ,  $\alpha$ ,  $\gamma$  jsou ostré úhly.

Změřte jejich velikosti, zapište je a pak určete jejich součet.

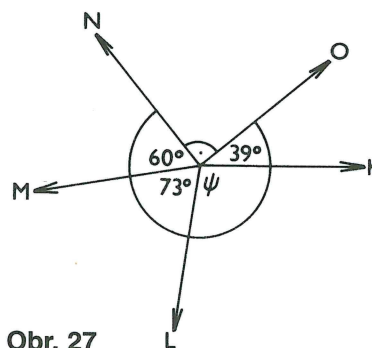
**30** Na obr. 27 je schematická kresba křižovatky. Jak velký úhel svírají silnice směřující k městům.

- a) M a O                                      b) K a N                                      c) L a K?

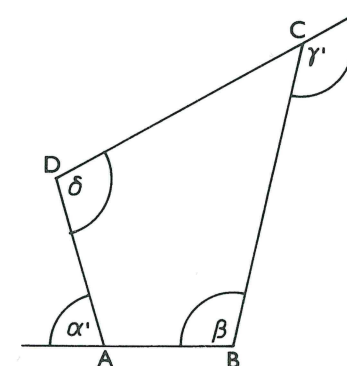
Každá úloha má dvě řešení.

**31** 1. Podle obr. 28 narýsujte libovolný čtyřúhelník ABCD a vyznačte úhly  $\alpha'$ ,  $\beta$ ,  $\gamma'$ ,  $\delta$ . Určete graficky úhly  $\epsilon$ ,  $\varphi$ , pro které platí:

- a)  $\epsilon = \beta + \delta$                                       b)  $\varphi = \alpha' + \gamma'$



Obr. 27



Obr. 28

2. Velikosti úhlů  $\varepsilon$  a  $\varphi$  porovnejte. Co zjišťujete?

**32** Rozdíl velikostí úhlů  $\beta$ ,  $\delta$  se rovná  $53^\circ$ . Určete velikost úhlu  $\delta$ , je-li  $\beta = 126^\circ$ .

**33** Narýsujte libovolný tupý úhel  $\alpha$  a libovolný ostrý úhel  $\beta$ . Určete grafický úhel  $\varepsilon$ , pro jehož velikost platí:

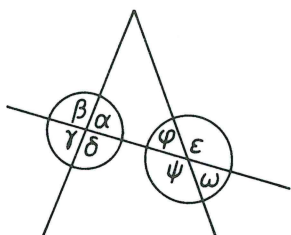
- a)  $\varepsilon = \alpha + \beta$       b)  $\varepsilon = \alpha - \beta$       c)  $\varepsilon = 2\alpha$   
 d)  $\varepsilon = 2\beta$       e)  $\varepsilon = \frac{1}{2}\alpha$       f)  $\varepsilon = \frac{1}{2}\beta$

**VEDLEJŠÍ ÚHLY. VRCHOLOVÉ ÚHLY**

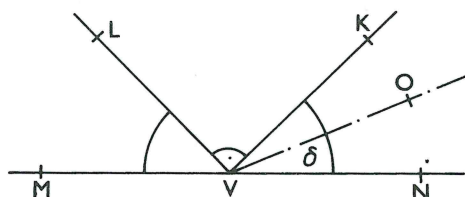
**34** Víme, že úhly  $\alpha$ ,  $\beta$  jsou vedlejší. Jak se nazývá úhel  $\beta$ , je-li úhel  $\alpha$

- a) ostrý      b) tupý      c) pravý?

**35** Vypište dvojice a) vrcholových úhlů, b) vedlejších úhlů, které jsou na obr. 29.



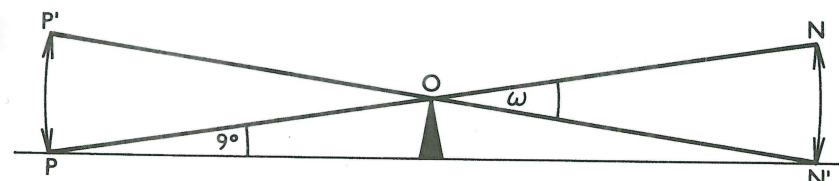
Obr. 29



Obr. 30

**36** Vypočítejte velikost úhlu  $\delta$  ( $\sphericalangle$ OVNI) na obr. 30, víte-li, že polopřímka VO je osa úhlu KVN a zároveň platí  $\sphericalangle$ MVL =  $\frac{1}{2}$   $\sphericalangle$ LVKI.

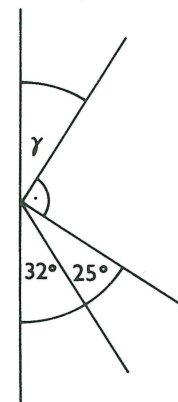
**37** Úsečky NP a N'P' na obr. 31 představují krajní polohy prkna houpačky, které je podepřené ve svém středu O. Vypočítejte velikost úhlu  $\omega$ .



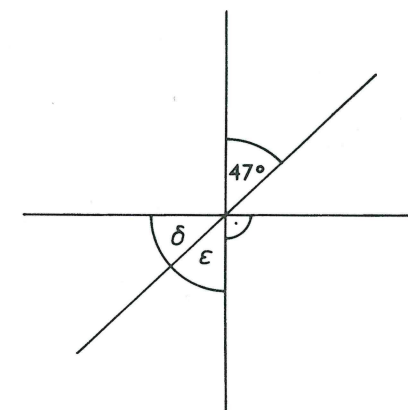
Obr. 31

**38** Určete velikost a) úhlu  $\gamma$  na obr. 32

b) úhlů  $\delta$ ,  $\varepsilon$  na obr. 33.



Obr. 32



Obr. 33

**39** Narýsujte různoběžky a, b, které nejsou na sebe kolmé. Ostré úhly, které tyto různoběžky svírají, označte  $\alpha$ ,  $\beta$ , zbývající tupé úhly označte  $\beta$ ,  $\delta$ . Změřte velikost úhlu  $\alpha$ , zapište ji a pak vypočítejte velikosti úhlů  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$ .

**40** Narýsujte takové úhly  $\alpha$ ,  $\beta$ ,

- a) jejichž grafický součet se rovná přímému úhlu a přitom to nejsou ani vedlejší ani vrcholové úhly,  
 b) které jsou shodné a zároveň to nejsou ani vedlejší ani vrcholové úhly.

**41** Víme, že úhly  $\alpha$ ,  $\beta$  jsou vedlejší. Vypočítejte jejich velikosti, je-li

- a) úhel  $\alpha$  třikrát větší než úhel  $\beta$ ,  
 b) úhel  $\beta$  roven polovině úhlu  $\alpha$ ,

